



УДК 330.4

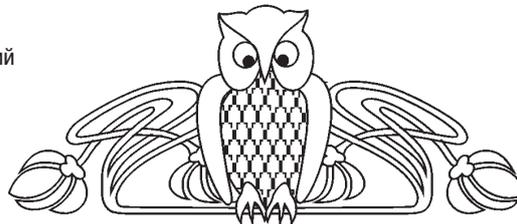
## ОЦЕНИВАНИЕ РИСКА ПОРТФЕЛЬНОГО ИНВЕСТИРОВАНИЯ НА БАЗЕ ИЕРАРХИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

**И. Ю. Выгодчикова**

доцент, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математической экономики, Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского  
E-mail: irinavigod@yandex.ru

**А. А. Селиванова**

специалист, инженер-конструктор, экономист – системный аналитик, Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского  
E-mail: selivanovanuta@mail.ru



**Введение.** Эффективность инвестиций является важным направлением на уровне микро- и макроанализа экономики, именно от инвестиций в венчурный капитал зависит развитие фирм, регионов, государств. Особенно актуальна данная проблема для портфельных инвестиций. Целью работы является разработка нового минимаксного метода моделирования динамики риска портфельного инвестирования, который позволяет провести оценку распределения долевых структурных компонент финансового портфеля. **Методы.** Предложен новый метод моделирования и рационализации долевой структуры инвестирования с использованием минимаксного критерия качества. Производится детализация решения инвестора как от исходных портфельных предпочтений с учетом специфики рискованных оценок для каждого нижнего уровня иерархии («сверху вниз»), так и с расчетом целесообразности включения в портфель каждого актива нижнего уровня со специфическими оценками риска («снизу вверх»), что согласуется с подходами фундаментального анализа рынка ценных бумаг. Приводится пошаговый алгоритм группировки, кластеризации и анализа данных по ветвям иерархии. **Результаты.** Рассматривается схема реализации модели полного бинарного дерева решений для трехуровневой иерархической структуры. Приводится вычислительный итерационный алгоритм и его реализация. **Заключение.** Приведен метод оценивания портфельного риска для иерархической модели принятия решений. Разработан алгоритм анализа двух подходов к оцениванию риска на каждом уровне иерархии, выполнены вычислительные эксперименты. Рекомендации могут применяться для рационализации финансирования инноваций, способствующих повышению качества развития регионов в плане оздоровления выбранного звена корпоративного сектора экономики.

**Ключевые слова:** риск, портфель финансовых активов, дерево решений, иерархия, рационализация, минимаксный критерий.

DOI: 10.18500/1994-2540-2016-16-1-80-85

### Введение

Эффективность инвестиций является важным направлением на уровне микро- и макроанализа экономики, именно от инвестиций в венчурный капитал зависит развитие фирм, регионов, государств [1]. Особенно актуальна данная проблема для портфельных инвестиций [2–4]. На

первом этапе инвестор может отобрать несколько компаний, например корпорации банковского сектора и энергетические компании, затем в каждой группе корпорации делятся на региональные (где проживает инвестор) и центральные эмитенты. На последнем этапе инвестор выбирает по две компании для инвестирования в каждой группе. Рисковые показатели на верхнем уровне иерархии могут быть связаны с индексами уровня инфляции в стране, количеством отозванных лицензий у компаний рассматриваемой отрасли, на втором уровне уточняются региональные показатели негативного характера. На последнем уровне иерархии оценки рисков привязываются к каждой компании (вероятность банкротства, уровень убытков и пр.).

Целью работы является разработка нового минимаксного метода моделирования динамики риска портфельного инвестирования, который позволяет провести оценку распределения долевых структурных компонент финансового портфеля.

Рассматривается детализация решения инвестора как от исходных портфельных предпочтений с учетом специфики рискованных оценок для каждого нижнего уровня иерархии («сверху вниз»), так и с расчетом целесообразности включения в портфель каждого актива нижнего уровня со специфическими оценками риска («снизу вверх»), что согласуется с подходами фундаментального анализа рынка ценных бумаг [5, 6]. Построены оценки риска, заданные диапазонами значений, вычисленные для двух модельных предположений, которые позволяют производить анализ динамики рискового показателя в целях построения производных рисковых индикаторов [7–9].

### Методы

1. Рассмотрим портфель из восьми финансовых активов, для которых будем строить модель.



При получении двух вариантов инвестирования активы группируются в субпортфели как «сверху вниз», т.е. путем детализации иерархического анализа, так и «снизу вверх»: каждые два актива нижнего звена объединяются в портфель, и анализ продолжается уже на более высоком уровне иерархии. На конечном шаге получается оценка риска финансового портфеля:

$$\Psi(\theta) = \Psi(\theta_1, \theta_2) = \max \{V_1\theta_1, V_2\theta_2\},$$

оценки рисков  $V_i > 0, i = \overline{1,2}$ .

В задаче

$$\Psi(\theta) = \max \{V_1\theta_1, V_2\theta_2\} \rightarrow \min_{\theta \in \{\theta = (\theta_1, \theta_2) \in R_+^2 : \theta_1 + \theta_2 = 1\}} \quad (1)$$

требуется отыскать  $\theta = (\theta_1, \theta_2) \in R_+^2$ , где  $\theta_i$  – это доля финансирования  $i$ -го актива, ее решением является вектор  $\theta^* = (\theta_1^*, \theta_2^*)$  с компонентами:

$$\theta_i^* = 1 / \left( V_i \sum_{k=1}^2 V_k^{-1} \right), \quad i = \overline{1,2}. \quad (2)$$

## 2. Бинарное дерево.

*Модель долевого распределения инвестиций и иерархический процесс решения в бинарном полном дереве.* Рассмотрим иерархическую структуру расходов, соответствующую трехуровневой модели полного бинарного дерева решений. Заданными являются следующие параметры:

– число уровней иерархии;

– параметры модели (1) ( $n=2$  на каждой ветви решения по дереву иерархий для трехуровневого дерева):

$V_1^1, V_2^1$  – негативные оценки на первом уровне иерархии;

$$\theta_{111}^3 = \frac{1}{V_0^1 \cdot V_1^2 \cdot V_{11}^3 \cdot V_1^1 \cdot V_{11}^2 \cdot V_{111}^3}, \quad \theta_{112}^3 = \frac{1}{V_0^1 \cdot V_1^2 \cdot V_{11}^3 \cdot V_1^1 \cdot V_{11}^2 \cdot V_{112}^3}, \quad (3)$$

$$\theta_{121}^3 = \frac{1}{V_0^1 \cdot V_1^2 \cdot V_{12}^3 \cdot V_1^1 \cdot V_{12}^2 \cdot V_{121}^3}, \quad \theta_{122}^3 = \frac{1}{V_0^1 \cdot V_1^2 \cdot V_{12}^3 \cdot V_1^1 \cdot V_{12}^2 \cdot V_{122}^3}, \quad (4)$$

$$\theta_{211}^3 = \frac{1}{V_0^1 \cdot V_2^2 \cdot V_{21}^3 \cdot V_2^1 \cdot V_{21}^2 \cdot V_{211}^3}, \quad \theta_{212}^3 = \frac{1}{V_0^1 \cdot V_2^2 \cdot V_{21}^3 \cdot V_2^1 \cdot V_{21}^2 \cdot V_{212}^3}, \quad (5)$$

$$\theta_{221}^3 = \frac{1}{V_0^1 \cdot V_2^2 \cdot V_{22}^3 \cdot V_2^1 \cdot V_{22}^2 \cdot V_{221}^3}, \quad \theta_{222}^3 = \frac{1}{V_0^1 \cdot V_2^2 \cdot V_{22}^3 \cdot V_2^1 \cdot V_{22}^2 \cdot V_{222}^3}. \quad (6)$$

Формулы (3)–(6) позволяют распределить инвестиции между восемью активами.

*Модель долевого распределения инвестиций в одноуровневом дереве.*

Заданными являются следующие параметры:

$V_{111}^3, V_{112}^3, V_{121}^3, V_{122}^3, V_{211}^3, V_{212}^3, V_{221}^3, V_{222}^3$  – негативные оценки для каждого из восьми

$V_{11}^2, V_{12}^2, V_{21}^2, V_{22}^2$  – негативные оценки на втором уровне;

$V_{111}^3, V_{112}^3, V_{121}^3, V_{122}^3, V_{211}^3, V_{212}^3, V_{221}^3, V_{222}^3$  – негативные оценки на третьем уровне иерархии.

Доли распределения инвестиций на каждом из уровней иерархии обозначим, соответственно,  $\theta_1^1, \theta_2^1$  – доли на первом уровне иерархии,  $\theta_{11}^2, \theta_{12}^2, \theta_{21}^2, \theta_{22}^2$  – доли на втором уровне, причем имеем:

$$\theta_1^1 = \theta_{11}^2 + \theta_{12}^2, \quad \theta_2^1 = \theta_{21}^2 + \theta_{22}^2,$$

$\theta_{111}^3, \theta_{112}^3, \theta_{121}^3, \theta_{122}^3, \theta_{211}^3, \theta_{212}^3, \theta_{221}^3, \theta_{222}^3$  – доли на третьем уровне иерархии, имеем:

$$\theta_{11}^2 = \theta_{111}^3 + \theta_{112}^3, \quad \theta_{12}^2 = \theta_{121}^3 + \theta_{122}^3, \quad \theta_{21}^2 = \theta_{211}^3 + \theta_{212}^3,$$

$$\theta_{22}^2 = \theta_{221}^3 + \theta_{222}^3.$$

Заметим, что  $\sum_{i,j,k=1,2} \theta_{ijk}^3 = 1$ .

Для применения формулы (2), положим

$$V_0^1 = \frac{1}{V_1^1} + \frac{1}{V_2^1}, \quad V_1^2 = \frac{1}{V_{11}^2} + \frac{1}{V_{12}^2}, \quad V_2^2 = \frac{1}{V_{21}^2} + \frac{1}{V_{22}^2},$$

$$V_{11}^3 = \frac{1}{V_{111}^3} + \frac{1}{V_{112}^3}, \quad V_{12}^3 = \frac{1}{V_{121}^3} + \frac{1}{V_{122}^3},$$

$$V_{21}^3 = \frac{1}{V_{211}^3} + \frac{1}{V_{212}^3}, \quad V_{22}^3 = \frac{1}{V_{221}^3} + \frac{1}{V_{222}^3}.$$

На рис. 1 представлена блок-схема иерархической структуры долевого распределения инвестиций.

Рассчитаем доли финансирования для каждого актива:

активов, входящих в инвестиционный портфель,  $\theta_{111}^3, \theta_{112}^3, \theta_{121}^3, \theta_{122}^3, \theta_{211}^3, \theta_{212}^3, \theta_{221}^3, \theta_{222}^3$  – доли инвестирования:

$$\sum_{i,j,k=1,2} \theta_{ijk}^3 = 1.$$

Рассмотрим вариант «схлопывания» дерева. Этот способ согласуется с моделью «снизу вверх». Положим

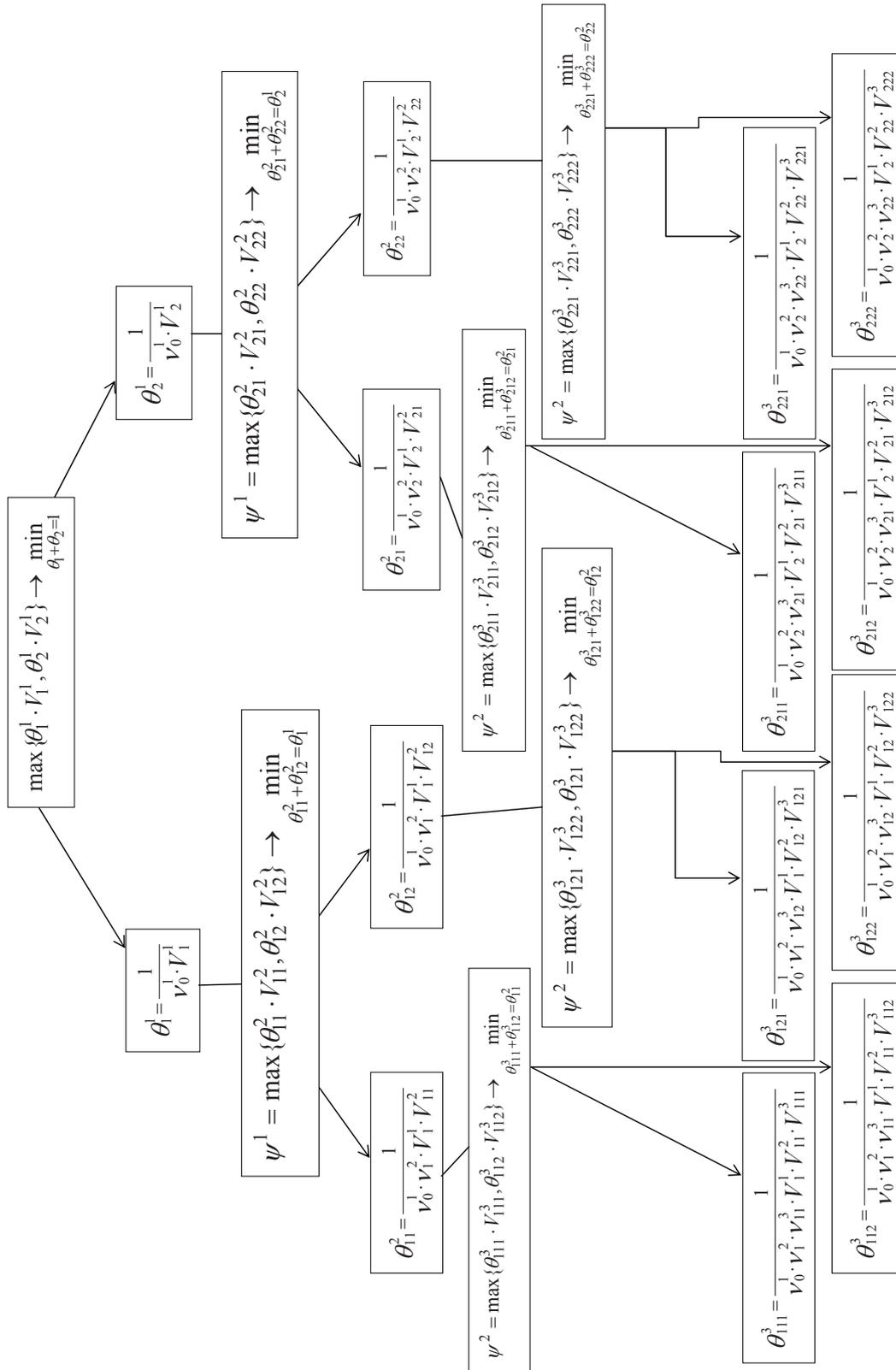


Рис. 1. Бинарное трехуровневое дерево иерархии рисков



$$V_{11}^2 = \max\{\theta_{111}^3 \cdot V_{111}^3, \theta_{112}^3 \cdot V_{112}^3\} = \frac{1}{V_{11}^3} = \frac{1}{\frac{1}{V_{111}^3} + \frac{1}{V_{112}^3}}. \quad (7)$$

Аналогично получаем другие показатели риска:

$$V_{12}^2 = \frac{1}{\frac{1}{V_{121}^3} + \frac{1}{V_{122}^3}}, \quad V_{21}^2 = \frac{1}{\frac{1}{V_{211}^3} + \frac{1}{V_{212}^3}}, \quad V_{22}^2 = \frac{1}{\frac{1}{V_{221}^3} + \frac{1}{V_{222}^3}}, \quad (8)$$

$$V_1^1 = \frac{1}{\frac{1}{V_{11}^2} + \frac{1}{V_{12}^2}}, \quad V_2^1 = \frac{1}{\frac{1}{V_{21}^2} + \frac{1}{V_{22}^2}}, \quad (9)$$

$$V = \frac{1}{\frac{1}{V_1^1} + \frac{1}{V_2^1}}. \quad (10)$$

Заметим, что в таком случае выполняется равенство:

$$V_0^1 = V_{111}^{-1} + V_{112}^{-1} + V_{121}^{-1} + V_{122}^{-1} + V_{211}^{-1} + V_{212}^{-1} + V_{221}^{-1} + V_{222}^{-1}, \quad (11)$$

и

$$\theta_{kij}^* = 1/(V_{kij} V_0^1), \quad k, i, j = 1, 2. \quad (12)$$

Рассмотрим задачу:

$$\tilde{\Psi}(\theta_{111}, \dots, \theta_{222}) = \max_{k, i, j = 1, 2} \{V_{kij} \theta_{kij}\} \rightarrow \min_{\theta \in \{\theta = (\theta_{111}, \dots, \theta_{222}) \in R_+^8 : \theta_{111} + \dots + \theta_{222} = 1\}}. \quad (13)$$

Решая задачу (13) [2], получаем:

$$\theta_{kij}^* = \left( V_{kij} \left( V_{111}^{-1} + V_{112}^{-1} + V_{121}^{-1} + V_{122}^{-1} + V_{211}^{-1} + V_{212}^{-1} + V_{221}^{-1} + V_{222}^{-1} \right) \right)^{-1}, \quad (14)$$

$$k, i, j = 1, 2.$$

Визуализация решения задачи (13) приведена на рис. 2.

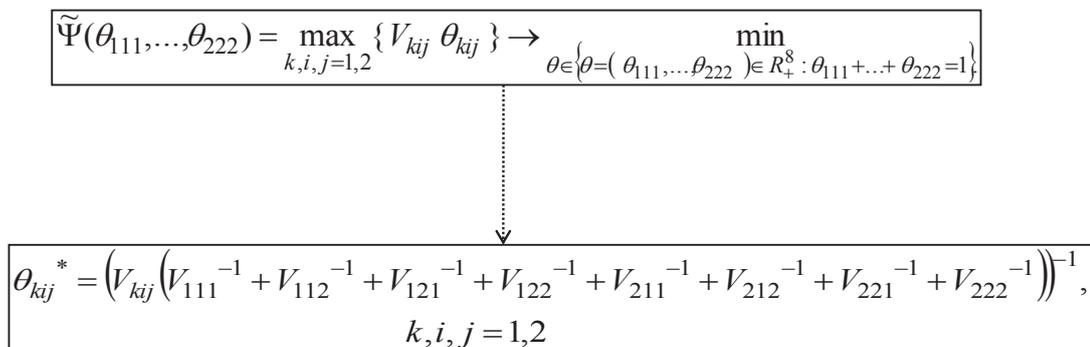


Рис. 2. Решение задачи (13)

Заметим, что подстановка принятых в (7)–(10) оценок риска в формулы (3)–(6), полученные для модели трехуровневого дерева (см. рис. 1), приводит к варианту «схлопывания» дерева до одного уровня (12) и к модели одноуровневого дерева (см. рис. 2).

### Результаты

Приведем пример применения методики. Риски для последнего звена ( $V$ ): (11,10,7,5,4,

3,2,1), (14,12,11,10,8,7,6,2), (13,11,9,8,6,4,3,1), (13,12,10,9,7,5,3,2). Для первого уровня оценки риска 3 и 1, для второго 4, 3, 2, 1 соответственно (слева направо). Реализация оценок риска с использованием дерева решений с рис. 1 приведена в таблице.

Реализация расчетов с использованием одноуровневого дерева решений с рис. 2 приводит к оценкам риска его вершины 0,38; 0,78; 0,46; 0,65 для каждого из четырех экспериментов соответственно.



### Результаты оценки риска для модели трехуровневого дерева

Номер уровня иерархии	Наименование позиции в трехуровневом дереве иерархий (рис. 1)	Номер эксперимента			
		1	2	3	4
1	Оценка риска вершина	0,75	0,75	0,75	0,75
2	Оценка риска левая вершина второго уровня	0,4286	0,4286	0,4286	0,4286
2	Оценка риска правая вершина второго уровня	0,5	0,5	0,5	0,5
3	Оценка риска первая слева вершина третьего уровня	0,5612	0,6923	0,6384	0,6686
3	Оценка риска вторая слева вершина третьего уровня	0,4167	0,7483	0,605	0,6767
3	Оценка риска третья слева вершина третьего уровня	0,4286	0,9333	0,6	0,7292
3	Оценка риска четвертая слева вершина третьего уровня	0,3333	0,75	0,375	0,6

#### Заключение

В работе рассмотрен новый подход, позволяющий провести рационализацию финансового управления ценными бумагами с использованием группировки финансовых активов и минимизации оценок негативного характера по группам активов с использованием минимаксного метода, рассмотренного в [2, 3, 4, 8, 9].

Приведен алгоритм анализа двух подходов к оцениванию риска на каждом уровне иерархии, выполнены вычислительные эксперименты.

Рекомендации могут применяться для рационализации финансирования инноваций, способствующих повышению качества развития регионов в плане оздоровления выбранного звена корпоративного сектора экономики.

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 16-06-00582).*

#### Список литературы

1. Фирсова А. А. Теория и методология инвестирования инновационной деятельности на основе государственно-частного партнерства. Саратов : Изд-во Саратов. ун-та, 2012. 320 с.
2. Выгодчикова И. Ю. О применении минимаксной модели для рационализации расходов потребителя // Изв. Саратов. ун-та. Нов. сер. Сер. Экономика. Управление. Право. 2014. Т. 14, вып. 1, ч. 1. С. 96–100.
3. Выгодчикова И. Ю. О моделировании долевого финансирования премиальных выплат с использованием минимаксного критерия качества // Изв. Саратов. ун-та. Нов. сер. Сер. Экономика. Управление. Право. 2015. Т. 15, вып. 2. С. 202–206.
4. Выгодчикова И. Ю. О минимаксном моделировании оценки риска финансового портфеля // Математическое моделирование в экономике и управлении рисками : сб. материалов III Междунар. молодеж. науч.-практ. конф. (Саратов, 5–8 ноября 2014 г.). Саратов : Изд-во Саратов. ун-та, 2014. С. 63–66.

5. Выгодчикова И. Ю. Наилучшее приближение динамики экономических показателей фундаментального и технического анализа рынка ценных бумаг алгебраическими полиномами. Саратов : Изд-во Саратов. ун-та, 2007. 88 с.
6. Рынок ценных бумаг : учебник / под ред. В. А. Галанова, А. И. Басова. 2-е изд., перераб. и доп. М. : Финансы и статистика, 2006. 448 с.
7. Выгодчикова И. Ю. О моделировании риска с использованием многозначных ценовых данных // Математическое моделирование в экономике, страховании и управлении рисками : сб. материалов Междунар. молодеж. науч.-практ. конф. (Саратов, 5–8 ноября 2013 г.). Саратов : Изд-во Саратов. ун-та, 2013. С. 39–45.
8. Выгодчикова И. Ю. Приемы оценки финансового риска // Изв. Саратов. ун-та. Нов. сер. Сер. Экономика. Управление. Право. 2010. Т. 10, вып. 1. С. 41–45.
9. Выгодчикова И. Ю. О математическом моделировании структуры технической системы с равномерно распределенными рисками // Вестн. СГТУ. 2012. № 4 (68). С. 17–22.

#### Investment Portfolio Risk Assessment on the Basis of Hierarchical Model

##### I. Yu. Vygodchikova

Saratov State University,  
83, Astrakhanskaya str., Saratov, 410012, Russia  
E-mail: irinavigod@yandex.ru

##### A. A. Selivanova

Saratov State University,  
83, Astrakhanskaya str., Saratov, 410012, Russia  
E-mail: irinavigod@yandex.ru

**Introduction.** Efficiency of investments is an important factor at the micro- and macroanalysis of economy, investment in venture capital depends on the development of firms, regions, States. Especially actual this problem for portfolio investment. The aim of this work is to develop a new minimax method for modeling the dynamics of risk of portfolio investment, which allows to assess the distribution of equity is a structural component of a financial portfolio. **Methods.** Suggested new method for modeling and rationalizing the structure of equity investments using the minimax criterion. Drill through the



decision of the investor as from the original portfolio preferences, specific risk assessments for each lower level in the hierarchy (top-down) and a calculation of expediency of inclusion in the portfolio of each asset of the lower level, with specific risk assessments (bottom-up), which is consistent with the approaches of fundamental analysis of securities market. Provided step-by-step algorithm for grouping, clustering and data analysis along the branches of the hierarchy. **Results.** Is developed the scheme the implementation of the model for a three-tier structure for complete binary decision tree. Is given the iterative computational algorithm and its implementation. **Conclusion.** The recommendations can be applied to rationalize the funding of innovations that improve the quality of development of regions in the rehabilitation plan for selected executives of corporate sector. **Key words:** risk, financial portfolio, decision tree, hierarchy, rationalization, minimax criterion.

*The reported study was supported by RFBR (proect № 16-06-00582).*

## References

1. Firsova A. A. *Teoriia i metodologiya investirovaniia innovatsionnoi deiatel'nosti na osnove gosudarstvenno-chastnogo partnerstva* [Theory and Methodology of investment innovation through public-private partnership]. Saratov, Saratov Univ. Press, 2012. 320 p.
2. Vygodchikova I. Yu. O primeneniim minimaksnoi modeli dlya ratsionalizatsii raskhodov potrebitelya [On the application of the minimax model for rationalization expenses of the consumer]. *Izv. Saratov Univ. (N.S.), Ser. Economics. Management. Law*, 2014, vol. 14, iss. 1, pt. 1, pp. 96–100.
3. Vygodchikova I. Yu. O modelirovanii dolevoi struktury finansirovaniya premial'nykh vyplat s ispol'zovaniem minimaksnogo kriteriya kachestva [About the Modeling of the Shared Structure of Finances Using the Minimax Criterion of Laboriousness]. *Izv. Saratov Univ. (N.S.), Ser. Economics. Management. Law*, 2015, vol. 15, iss. 2, pp. 202–206.
4. Vygodchikova I. Yu. O minimaksnom modelirovanii otsenki riska finansovogo portfelya [Minimax risk assessment modeling financial portfolio]. *Matematicheskoe modelirovanie v ekonomike i upravlenii riskami* [Mathematical Modeling in Economics and Risk Management. Proc. III Int. youth sci. and pract. conf. (Saratov, 5–8 November 2014)]. Saratov, Saratov Univ. Press, 2014, pp. 63–66.
5. Vygodchikova I. Yu. *Nailuchshee priblizhenie dinamiki ekonomicheskikh pokazatelei fundamental'nogo i tekhnicheskogo analiza rynka tsennykh bumag algebraicheskimi polinomami* [The best approximation of the dynamics of economic indicators of fundamental and technical analysis of securities market by algebraic polynomials]. Saratov, Saratov Univ. Press, 2007. 88 p.
6. *Rynok tsennykh bumag* [The securities market. Textbook. Ed. by V. A. Galanov, A. I. Basov. 2nd ed., rev. and add.]. Moscow, Finance and statistics, 2006. 448 p.
7. Vygodchikova I. Yu. O modelirovanii riska s ispol'zovaniem mnogoznachnykh tsenovykh dannykh [About the risk's modeling using ultivalued price data]. *Matematicheskoe modelirovanie v jekonomike, strakhovanii i upravlenii riskami* [Mathematical Modeling in Economics, Insurance and Risk Management. Proc. Int. youth sci. and pract. conf. (Saratov, 5–8 November 2013)]. Saratov, Saratov Univ. Press, 2013, pp. 39–45.
8. Vygodchikova I. Yu. Priemy otsenki finansovogo riska [The methods of financial risk's valuing]. *Izv. Saratov Univ. (N.S.), Ser. Economics. Management. Law*, 2010, vol. 10, iss. 1, pp. 41–45.
9. Vygodchikova I. Yu. O matematicheskom modelirovanii struktury tekhnicheskoi sistemy s ravnomerno raspredelennymi riskami [About the mathematical modeling of the technical system's structure with the evenly distributed risks]. *Vestnik Saratovskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta* [Vestnik Saratov State Technical University], 2012, iss. 4 (68), pp. 17–22.

УДК 330

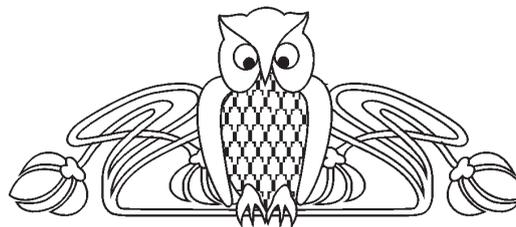
## ПОДХОДЫ К МЕТОДОЛОГИИ ОЦЕНКИ ВКЛАДА УНИВЕРСИТЕТА В ИННОВАЦИОННОЕ РАЗВИТИЕ РЕГИОНА

### А. А. Фирсова

доктор экономических наук, заведующая кафедрой банковского дела, Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского  
E-mail: a.firsova@rambler.ru

### Е. В. Огурцова

кандидат экономических наук, заведующая кафедрой экономической теории и национальной экономики, Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н. Г. Чернышевского  
E-mail: tirolmen@yandex.ru



**Введение.** Усиление роли университетов в региональном развитии актуализирует исследования, нацеленные на определение направлений влияния университета на регион и оценку эффектив-

ности данного воздействия для регионального развития. **Теоретический анализ.** Для определения и оценки роли университетов в региональном развитии применяются различные модели, позво-