



ционально-стоимостном анализе<sup>11</sup> обеспечивает выявление устойчивых количественных закономерностей и статистическую оценку зависимости, позволяющих принимать оптимальные управленческие решения по улучшению материально-технического обеспечения предприятий, а также управлять производственными рисками при проведении технико-экономических расчетов.

### Примечания

- <sup>1</sup> См.: *Влчек Р.* Функционально-стоимостный анализ в управлении : сокр. пер. с чеш. М., 1986.
- <sup>2</sup> См.: *Кибанов А. Я.* Функционально-стоимостный анализ : новые возможности в условиях хозрасчета. М., 1990.
- <sup>3</sup> См.: *Безруких П. С., Кашаев А. Н., Комиссаров И. П.* Учет затрат и калькулирование в промышленности : вопросы теории, методологии и организации. М., 1989.
- <sup>4</sup> См.: *Соболев Ю. М.* Конструктор и экономика : ФСА для конструктора. Пермь, 1987.
- <sup>5</sup> См.: *Miles L. D.* Techniques of Value Analysis and Engineering. 2-nd Edition. N.Y., 1972.
- <sup>6</sup> См.: *Кузнецова В. Б.* Формирование подхода к проведению функционально-стоимостного анализа на основе оценки структуры и динамики затрат и расходов на

производство изделия // Вестник Оренбург. гос. ун-та. 2010. № 2(108).

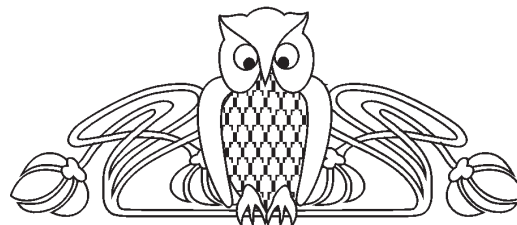
- <sup>7</sup> См.: *Афанасьев В. Н., Юзбашев М. М.* Анализ временных рядов и прогнозирование : учебник ; 2-е изд., перераб и доп. М., 2010 ; *Афанасьев В. Н., Лебедева Т. В.* Моделирование и прогнозирование временных рядов : учеб.-метод. пособие для вузов. М., 2009.
- <sup>8</sup> См.: *Кузнецова В. Б.* Статистические методы моделирования в исследованиях возможных вариантов принятия управленческих решений по результатам функционально-стоимостного анализа // Известия Оренбург. гос. аграрного ун-та. 2010. № 1(25). С. 124–127.
- <sup>9</sup> См.: Моделирование рискованных ситуаций в экономике и бизнесе : учеб. пособие / А. М. Дубров, Б. А. Лагоша, Е. Ю. Хрусталева, Т. П. Барановская ; под ред. Б. А. Лагоши : 2-е изд., перераб. и доп. М., 2001.
- <sup>10</sup> См.: *Кузнецова В. Б.* Статистическое моделирование себестоимости производства изделия в условиях неопределенности и риска при проведении функционально-стоимостного анализа // Вестник Новосиб. гос. ун-та экономики и управления. 2011. № 1. С. 148–154.
- <sup>11</sup> *Кузнецова В. Б., Афанасьев В. Н., Алтынбаев Р. Б.* Программа для расчета себестоимости продукции комплексом статистических методов в функционально-стоимостном анализе. Свидетельство об официальной регистрации программ для ЭВМ № 2011611953 от 03.03.2011 г.

УДК 519.8

## ПОСТРОЕНИЕ СТРУКТУРЫ ПРЕДПОЧТЕНИЙ ПО КАРТЕ БЕЗРАЗЛИЧИЙ

В. В. Розен

Саратовский государственный университет  
E-mail: rozenvv@mail.ru



Целью настоящей статьи является изучение способов построения отношения предпочтения потребителя на основе дополнительной информации о его предпочтениях. В качестве такой дополнительной информации рассматривается задание карты безразличий. Основным результатом работы – нахождение условий, при которых карта безразличий определяет отношение предпочтения единственным образом.

**Ключевые слова:** предпочтения потребителя, карта безразличий.

### Construction of the Structure of Preferences for Indifference Map

V. V. Rosen

The purpose of this article paper is to study ways to build relationships based on consumer preferences for more information about his preferences. This additional information is considered as a task card indifference. The main result of the work is finding the conditions

under which a map of indifference preference relation determines a unique way.

**Key words:** consumer preferences, indifference map.

Одним из важнейших понятий в теории принятия решений является понятие «предпочтения». В экономике оно широко используется при анализе спроса и потребления, являясь основанием выбора между наборами потребительских благ. Как известно, в экономической теории существует два основных подхода к анализу полезности и спроса: количественный (кардиналистский) и порядковый (ординалистский)<sup>1</sup>. Количественный подход основан на представлениях о возможности измерения различных потребительских благ в некоторых единицах полезности, то есть считается, что потребитель может дать количественную оценку полезности любого потребляемого им товара, а также набора товаров. При этом функция



полезности должна удовлетворять определенным математическим условиям. Более адекватным, чем кардиналистский, является ординалистский подход, который основывается на гораздо менее жестких предпосылках: в этом случае от потребителя требуется не умение измерять полезность потребительских благ в некоторых искусственных единицах, а лишь их сравнение по предпочтительности.

Сопоставляя эти два подхода, уместно напомнить слова выдающегося математика и экономиста, автора монографии по математической экономике Хукукане Никайдо: «В классическом теперь термине *полезность*, в отличие от его современного партнера – термина *предпочтение* – слышится отголосок горячей веры сторонников теории полезности на первоначальном этапе ее развития в кардинальную (количественную) измеримость предпочтений. Представления того времени о кардинальной измеримости полезности были достаточно наивными, если сравнить их с довольно тонким современным подходом...»<sup>2</sup>.

Одним из постулатов, принимаемых в современной экономической теории, является существование для каждого потребителя его отношения предпочтения на множестве потребительских благ. Однако выявление (построение) отношения предпочтения – весьма непростое дело (следует отметить, что на практике истинные предпочтения потребителя искажаются уровнем его доходов и уровнем цен, а также несбалансированностью рынка товаров).

Необходимые математические понятия и конструкции вводятся для абстрактных структур предпочтения в рамках теории упорядоченных множеств. При изложении этого материала используются некоторые результаты работ автора<sup>3</sup>. Далее рассматриваются интерпретации полученных результатов для экономических задач, связанных с выявлением предпочтений.

### Пространство предпочтений

Пусть  $X$  – множество мыслимых наборов потребительских благ (товаров, продуктов, услуг), которые доступны потребителю; далее для унификации терминологии будем говорить о наборах товаров. Каждый набор, входящий в  $X$ , может быть представлен в виде вектора  $(x_1, \dots, x_n)$ , где  $x_i \geq 0$  – количество  $i$ -го товара в данном наборе. Отношение предпочтения потребителя между двумя наборами  $x, y \in X$  записывается в виде  $x \leq^{cons} y$  и означает, что набор  $y$  является для потребителя не менее предпочтительным, чем набор  $x$ . Таким образом, формально отношение предпочтения потребителя может быть представлено в виде некоторого бинарного отношения, заданного на подмножестве  $X \subseteq R^n$ . На отношение предпочтения  $\leq^{cons}$  обычно накладываются следующие условия<sup>4</sup>:

1) для любого  $x \in X$  имеет место  $x \leq^{cons} x$  (*рефлексивность*);

2) для любых  $x, y, z \in X$  условия  $x \leq^{cons} y$  и  $y \leq^{cons} z$  влекут  $x \leq^{cons} z$  (*транзитивность*);

3) для любых  $x, y \in X$  имеет место  $x \leq^{cons} y$  или  $y \leq^{cons} x$  (*линейность*).

Кроме того, предполагается, что отношение  $\leq^{cons}$  обладает свойством *ненасыщаемости*, смысл которого состоит в том, что при увеличении компонент набора  $x \in X$  получается более предпочтительный набор, чем  $x$ . На языке теории отношений аксиома ненасыщаемости сводится к тому, что отношение предпочтения  $\leq^{cons}$  включает в себя отношение доминирования по Парето  $\leq^{Par}$ . Итак, с алгебраической точки зрения отношение предпочтения  $\leq^{cons}$  представляет собой линейное отношение квазипорядка, содержащее Парето-предпочтение<sup>5</sup>.

Напомним, что для произвольной структуры предпочтения  $< X, \leq >$  вводятся понятия *безразличия* и *строгого предпочтения* следующим образом:  $x, y$  безразличны (записывается  $x \sim y$ ), если  $x \leq y$  и  $y \leq x$ ;  $y$  строго предпочтительнее, чем  $x$  (записывается  $x < y$ ), если  $x \leq y$ , но  $y \leq x$  не имеет места. В случае отношения предпочтения  $\leq^{cons}$  отношение безразличия является отношением эквивалентности, классы которого называются *классами безразличия*. При этом для  $n = 2$  классы безразличия представляют собой кривые безразличия; для  $n = 3$  – поверхности безразличия, для  $n > 3$  – гиперповерхности безразличия.

Отметим, что математически задача построения отношения предпочтения данного потребителя  $\leq^{cons}$  состоит в продолжении Паретовского предпочтения  $\leq^{Par}$  до линейного квазипорядка на том же множестве  $X$ . Эта задача имеет множество решений, не равноценных между собой, поэтому возникает проблема выбора одного из этих решений, который может быть сделан лишь на основе дополнительной информации, получаемой от потребителя. В данной работе в качестве такой дополнительной информации используется карта безразличий, то есть указание классов безразличия на наборах товаров. Учитывая, что Парето-предпочтение является отношением порядка, а отношение безразличия – отношением эквивалентности, основная задача может быть сформулирована следующим образом. Рассмотрим произвольное множество  $A$ , на котором заданы отношение (частичного) порядка  $\omega$  и отношение эквивалентности  $\varepsilon$ . Каким условиям должно удовлетворять отношение  $\varepsilon$ , чтобы существовало *единственное* линейное отношение квазипорядка, содержащее  $\omega$  и ядро которого совпадает с  $\varepsilon$ ?



**Карты и направляющие карты в упорядоченном множестве**

Перейдем к решению сформулированной задачи. Введем вначале необходимые определения. Напомним, что фактор-отношение  $\omega/\varepsilon$  есть бинарное отношение на фактор-множестве  $A/\varepsilon$ , которое определяется формулой:  $C_1 \leq^{\omega/\varepsilon} C_2 \Leftrightarrow a_1 \leq^\omega a_2$  для некоторых  $a_1 \in C_1, a_2 \in C_2$  ( $C_1, C_2 \in A/\varepsilon$ ).

**Определение 1.** Эквивалентность  $\varepsilon$  называется *стабильной* в упорядоченном множестве  $\langle A, \omega \rangle$ , если фактор-отношение  $\omega/\varepsilon$  ациклично.

*Ядро* произвольной функции  $f: A \rightarrow B$  есть отношение эквивалентности  $\varepsilon_f$  на множестве  $A$ , определенное условием

$$\varepsilon_f = \{(a_1, a_2) \in A^2 : f(a_1) = f(a_2)\}.$$

Пусть  $\langle A, \omega \rangle$  и  $\langle B, \sigma \rangle$  два упорядоченных множества. Функция  $f: A \rightarrow B$  называется *изотонной*, если

$$a_1 \leq^\omega a_2 \Rightarrow f(a_1) \leq^\sigma f(a_2).$$

Функция  $f: A \rightarrow B$  называется *строго изотонной*, если выполняется

$$a_1 <^\omega a_2 \Rightarrow f(a_1) <^\sigma f(a_2).$$

Укажем характеристику ядер изотонных и строго изотонных функций.

**Лемма 1.** Пусть  $\langle A, \omega \rangle$  – произвольное упорядоченное множество и  $\varepsilon \subseteq A^2$  – отношение эквивалентности на  $A$ . Эквивалентность  $\varepsilon$  совпадает с ядром изотонной функции из  $\langle A, \omega \rangle$  в некоторое упорядоченное множество  $\langle B, \sigma \rangle$  тогда и только тогда, когда  $\varepsilon$  стабильно в  $\langle A, \omega \rangle$ .

**Доказательство. Необходимость.** Заметим вначале, что условие ацикличности фактор-отношения  $\omega/\varepsilon$  сводится к тому, что при любом натуральном  $n$  выполнена импликация

$$\begin{aligned} a_0 \leq^\omega a'_1 \equiv^\varepsilon a_1 \leq^\omega \dots \equiv^\varepsilon a_n \leq^\omega a'_0 \equiv^\varepsilon a_0 \\ \Rightarrow a_0 \equiv^\varepsilon a_1 \equiv^\varepsilon \dots \equiv^\varepsilon a_n. \end{aligned} \quad (1)$$

Предположим, что эквивалентность  $\varepsilon \subseteq A^2$  совпадает с ядром изотонной функции  $f$  из  $\langle A, \omega \rangle$  в некоторое упорядоченное множество  $\langle B, \sigma \rangle$ , то есть  $\varepsilon = \varepsilon_f$ . Если условие импликации (1) выполнено, тогда используя изотонность функции  $f$ , мы имеем

$$\begin{aligned} f(a_0) \leq^\sigma f(a'_1) = f(a_1) \leq^\sigma \dots \\ \dots = f(a_n) \leq^\sigma f(a'_0) = f(a_0), \end{aligned}$$

откуда в силу ацикличности порядка  $\sigma$  получаем

$$f(a_0) = f(a_1) = \dots = f(a_n),$$

то есть  $a_0 \equiv^\varepsilon a_1 \equiv^\varepsilon \dots \equiv^\varepsilon a_n$ .

**Достаточность.** Пусть эквивалентность  $\varepsilon$  стабильна, тогда фактор-отношение  $\omega/\varepsilon$  ациклично. В этом случае его транзитивное за-

мыкание  $Tr(\omega/\varepsilon)$  является отношением порядка на фактор-множестве  $A/\varepsilon$  и каноническое отображение  $f_\varepsilon: A \rightarrow A/\varepsilon$  есть изотонная функция из  $\langle A, \omega \rangle$  в  $\langle A/\varepsilon, Tr(\omega/\varepsilon) \rangle$ . Так как ядро функции  $f_\varepsilon$  есть  $\varepsilon$ , получаем доказательство достаточности.

Лемма 1 дает абстрактную характеристику ядер изотонных функций. Для характеристики ядер строго изотонных функций достаточно учесть следующее

**Замечание 1.** Изотонная функция  $f$  является строго изотонной тогда и только тогда, когда каждый класс ее ядра  $\varepsilon_f$  является дискретным подмножеством (антицепью). Таким образом, для получения абстрактной характеристики ядра строго изотонной функции надо к условию стабильности эквивалентности  $\varepsilon$  добавить условие дискретности классов эквивалентности.

**Определение 2.** Под *вложением* упорядоченного множества  $\langle A, \omega \rangle$  понимается его строго изотонное отображение в некоторую цепь.

**Замечание 2.** Пусть  $\langle A, \omega \rangle$  – упорядоченное множество и  $\varphi: A \rightarrow C$  – его вложение в цепь  $\langle C, \sigma \rangle$ . Зададим бинарное отношение  $\omega_\varphi$  на множестве  $A$  правилом

$$a_1 \leq^{\omega_\varphi} a_2 \Leftrightarrow \varphi(a_1) \leq^\sigma \varphi(a_2). \quad (2)$$

Тогда получаем линейный квазипорядок на  $A$ , который сохраняет строгий порядок  $<^\omega$  (то есть условие  $a_1 <^\omega a_2$  влечет  $a_1 <^{\omega_\varphi} a_2$ ). Отношение  $\omega_\varphi$  называется *линейным квазипорядком*, индуцированным вложением  $\varphi$ .

**Определение 3.** Пусть  $\langle A, \omega \rangle$  – упорядоченное множество и  $\varepsilon \subseteq A^2$  – эквивалентность на  $A$ . Разбиение множества  $A$  на классы  $\varepsilon$ -эквивалентных элементов называется *картой* в  $\langle A, \omega \rangle$ , если существует вложение  $\varphi$  упорядоченного множества  $\langle A, \omega \rangle$  в некоторую цепь, ядро которого есть  $\varepsilon$  (то есть  $\varepsilon_\varphi = \varepsilon$ ).

**Определение 4.** Два вложения  $\varphi_1, \varphi_2$  упорядоченного множества  $\langle A, \omega \rangle$  называются *натурально эквивалентными* (в записи  $\varphi_1 \overset{nat}{\sim} \varphi_2$ ), если для любых  $a_1, a_2 \in A$  выполнена равносильность

$$\varphi_1(a_1) \leq \varphi_1(a_2) \Leftrightarrow \varphi_2(a_1) \leq \varphi_2(a_2).$$

В соответствии с Замечанием 2, условие  $\varphi_1 \overset{nat}{\sim} \varphi_2$  фактически означает, что линейные квазипорядочения множества  $A$ , индуцированные вложениями  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$ , совпадают между собой:  $\omega_{\varphi_1} = \omega_{\varphi_2}$ .

**Определение 5.** Пусть  $\langle A, \omega \rangle$  упорядоченное множество,  $\varepsilon \subseteq A^2$  – эквивалентность на  $A$ . Разбиение множества  $A$  на классы  $\varepsilon$ -эквивалентных элементов называется *направляющей картой* в упорядоченном множестве  $\langle A, \omega \rangle$ , если:



1) существует вложение  $\varphi$  упорядоченного множества  $\langle A, \omega \rangle$  в некоторую цепь, ядро которого есть  $\varepsilon$  (то есть это разбиение является картой);

2) любые два вложения упорядоченного множества  $\langle A, \omega \rangle$ , ядра которых совпадают с  $\varepsilon$ , являются натурально эквивалентными.

Нашей ближайшей задачей является нахождение абстрактной характеристики карт и направляющих карт в упорядоченных множествах.

**Теорема 1 (характеристика карт).**

Пусть  $\langle A, \omega \rangle$  – упорядоченное множество и  $\varepsilon$ -эквивалентность на  $A$ . Разбиение множества  $A$  на классы  $\varepsilon$ -эквивалентных элементов является картой тогда и только тогда, когда эквивалентность  $\varepsilon$  стабильна и каждый ее класс является дискретным подмножеством в  $\langle A, \omega \rangle$ .

**Доказательство.** Необходимость сразу следует из леммы 1 с учетом замечания 1. Докажем достаточность. Ввиду условия стабильности эквивалентности  $\varepsilon$  фактор-отношение  $\omega/\varepsilon$  будет ациклическим, поэтому его транзитивное замыкание  $Tr(\omega/\varepsilon)$  является отношением порядка на фактор-множестве  $A/\varepsilon$  и каноническое отображение  $f_\varepsilon: A \rightarrow A/\varepsilon$  есть изотонная функция из  $\langle A, \omega \rangle$  в  $\langle A/\varepsilon, Tr(\omega/\varepsilon) \rangle$ . В соответствии с леммой 1 это отображение является строго изотонным. Пусть  $\sigma$  – линейный порядок на фактор-множестве  $A/\varepsilon$ , удовлетворяющий условию  $\sigma \supseteq Tr(\omega/\varepsilon)$  (существование такого линейного порядка следует из известной теоремы Шпильрайна). Тогда функция  $f_\varepsilon$  будет строго изотонным отображением упорядоченного множества  $\langle A, \omega \rangle$  в линейно упорядоченное множество  $\langle A/\varepsilon, \sigma \rangle$ , то есть вложением  $\langle A, \omega \rangle$  в некоторую цепь; ядро этого вложения есть эквивалентность  $\varepsilon$ .

**Теорема 2 (характеристика направляющих карт).** Пусть  $\langle A, \omega \rangle$  упорядоченное множество и  $\varepsilon$  эквивалентность на  $A$ . Разбиение множества  $A$  на классы  $\varepsilon$ -эквивалентных элементов будет направляющей картой в  $\langle A, \omega \rangle$  тогда и только тогда, когда  $\varepsilon$  является максимальной среди стабильных эквивалентностей, все классы которых дискретны.

Доказательство теоремы 2 базируется на следующих двух леммах.

**Лемма 2.** Рассмотрим упорядоченное множество  $\langle A, \omega \rangle$ . Эквивалентность  $\varepsilon \subseteq A^2$  является максимальной среди стабильных эквивалентностей с дискретными классами тогда и только тогда, когда транзитивное замыкание фактор-отношения  $\omega/\varepsilon$  является линейным порядком на фактор-множестве  $A/\varepsilon$  (то есть когда  $\langle A/\varepsilon, Tr(\omega/\varepsilon) \rangle$  есть цепь).

**Лемма 3.** Пусть  $A$  – произвольное множество,  $\rho_1, \rho_2$  – линейные квазипорядки на  $A$ ,  $\varepsilon_{\rho_1} = \rho_1 \cap \rho_1^{-1}$ ,  $\varepsilon_{\rho_2} = \rho_2 \cap \rho_2^{-1}$  – их ядра. Тогда из условий  $\rho_1 \subseteq \rho_2$  и  $\varepsilon_{\rho_1} = \varepsilon_{\rho_2}$  следует  $\rho_1 = \rho_2$ .

На основании результатов получаем решение основной задачи данной работы.

**Теорема 3.** Пусть  $\langle A, \omega \rangle$  – упорядоченное множество,  $\varepsilon \subseteq A^2$  – отношение эквивалентности на  $A$ . Для того чтобы на множестве  $A$  существовал единственный линейный квазипорядок, строгая часть которого содержит строгую часть порядка  $\omega$  и ядро которого совпадает с  $\varepsilon$ , необходимо и достаточно чтобы разбиение на классы  $\varepsilon$ -эквивалентных элементов было направляющей картой.

**Замечание 3 (экономический смысл теоремы 3).** Возьмем в качестве упорядоченного множества  $\langle A, \omega \rangle$  множество наборов товаров, упорядоченное Парето-предпочтением, а в качестве отношения эквивалентности  $\varepsilon$  – разбиение этого множества кривыми (или поверхностями) безразличия. Тогда утверждение теоремы 3 означает, что задание семейства кривых (поверхностей) безразличия определяет отношение предпочтения потребителя единственным образом тогда и только тогда, когда соответствующее отношение эквивалентности является направляющей картой, то есть удовлетворяет условиям теоремы 2.

**Доказательство теоремы 3.** Пусть разбиение на классы  $\varepsilon$ -эквивалентных элементов является направляющей картой. Согласно определению 5 существует вложение  $\varphi$  упорядоченного множества  $\langle A, \omega \rangle$  в некоторую цепь  $\langle C, \sigma \rangle$ , ядро которого совпадает с  $\varepsilon$ . Определим на  $A$  бинарное отношение  $\rho$  по правилу

$$a_1 \leq^\rho a_2 \Leftrightarrow \varphi(a_1) \leq^\sigma \varphi(a_2). \quad (3)$$

Из свойств транзитивности и линейности отношения  $\sigma$  сразу следует, что  $\rho$  является линейным квазипорядком на  $A$ , а в силу (3) получаем, что строгая часть предпочтения  $\rho$  содержит строгую часть порядка  $\omega$ , причем ядро отношения  $\rho$  совпадает с  $\varepsilon$ . Установим единственность такого квазипорядка. Предположим, что  $\rho_1$  – какой-то линейный квазипорядок на  $A$ , удовлетворяющий указанным выше условиям. Тогда фактор-отношение  $\langle A/\varepsilon, \rho_1/\varepsilon \rangle$  будет цепью, а каноническое отображение  $f_\varepsilon: A \rightarrow A/\varepsilon$  будет вложением упорядоченного множества  $\langle A, \omega \rangle$  в эту цепь. Так как по определению 5 вложения  $\varphi$  и  $f_\varepsilon$  натурально эквивалентны, получаем, что квазипорядки  $\rho$  и  $\rho_1$  совпадают, что дает доказательство достаточности. Установим необходимость. Пусть  $\rho_0$  – единственный линейный квазипорядок, удовлетворяющий условиям теоремы 3. Тогда каноническое отображение  $f_\varepsilon: A \rightarrow A/\varepsilon$  будет

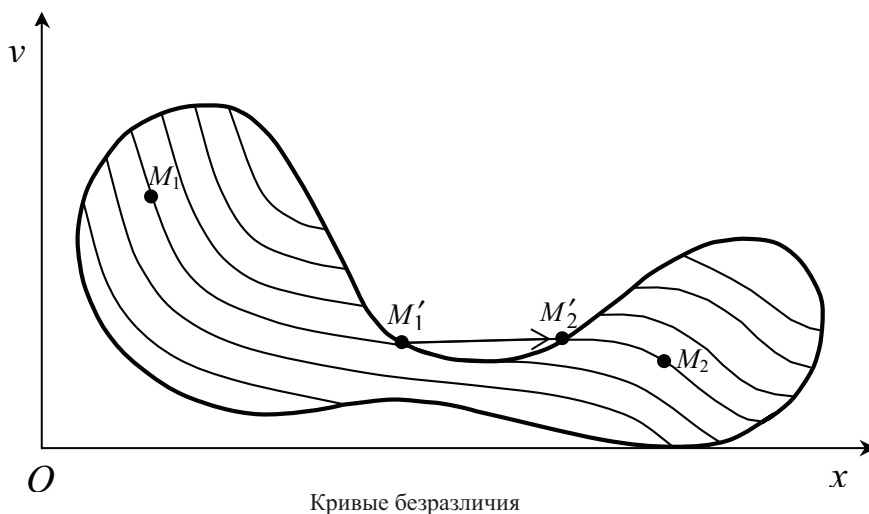


вложением упорядоченного множества  $\langle A, \omega \rangle$  в цепь  $\langle A/\varepsilon, \rho_0/\varepsilon \rangle$ , ядро которого совпадает с  $\varepsilon$ ; предположение о существовании другого вложения с таким же ядром и которое не является натурально эквивалентным данному, ведет к противоречию со свойством единственности квазипорядка  $\rho_0$ . Теорема 3 полностью доказана.

#### Карта, состоящая из кривых безразличия

В качестве конкретизации разработанного выше подхода рассмотрим задачу построения отношения предпочтения потребителя на множестве наборов, состоящих из двух товаров, когда

информация о безразличиях задается с помощью семейства кривых безразличия. В литературе по экономике в этом случае обычно используется следующее правило: набор  $A$  считается более предпочтительным, чем набор  $B$ , если первый набор лежит на более «высокой» кривой безразличия, чем второй<sup>6</sup>. Отметим, однако, что используемое здесь условие (состоящее в том, что для любых двух кривых безразличия одна находится выше другой) выполняется далеко не всегда. Пример, иллюстрирующий нарушение этого условия, приведен на рисунке: для кривых безразличия, на которых лежат точки  $M_1$  и  $M_2$ , ни одна из них не расположена выше другой.



К еще большим сложностям приводит случай более высоких размерностей, когда  $n > 2$ . Анализ рассматриваемой задачи будет математически корректным только в том случае, когда, во-первых, сформулированы предположения о структуре множества  $X$  товарных наборов и, во-вторых, линии (или поверхности) безразличия заданы аналитически.

Сформулируем здесь условия, накладываемые на область  $X$  и на семейство кривых безразличия, при которых получается направляющая карта (именно в этом случае, как показывает теорема 3, отношение предпочтения потребителя однозначно определено картой безразличий).

Рассмотрим область  $X \subseteq R^2$ , в которой задано однопараметрическое семейство кривых безразличия с помощью уравнения  $F(x, y, c) = 0$  (где  $c$  – параметр), причем через каждую точку области  $X$  проходит единственная кривая данного семейства.

**Теорема 4.** Предположим, что выполнены следующие условия:

- (а) область  $X$  является выпуклой;
- (в) функция  $F(x, y, c)$  является непрерывно дифференцируемой, причем уравнение

$F(x, y, c) = 0$  определяет в  $X$  неявные функции  $y(x, c)$  и  $c(x, y)$ ;

(с)  $y'_x(x, c) < 0$  при любом фиксированном значении параметра  $c$ .

Тогда в области  $X$ , упорядоченной Парето-предпочтением, эквивалентность  $\varepsilon$ , классами которой являются указанные кривые безразличия, является картой.

Наметим доказательство теоремы 4. Используя условие (с), несложно проверить, что в любой точке области  $X$  выполнено  $c'_x c'_y > 0$ . Меняя в случае необходимости знак у функции  $c(x, y)$  и учитывая выпуклость области  $X$ , получаем, что обе частные производные функции  $c(x, y)$  строго положительны во всех точках области  $X$ . Отсюда следует, что функция  $c(x, y)$  является монотонно возрастающей в строгом смысле, поэтому отображение, которое каждой точке  $(x, y) \in X$  ставит в соответствие скаляр  $c(x, y)$ , будет вложением множества  $X$ , упорядоченного Парето-предпочтением, в  $R$ . Так как ядро этого отображения совпадает с  $\varepsilon$ , указанное семейство кривых безразличия образуют карту в области  $X$ .

Выясним условия, при которых карта, образованная кривыми безразличия, является на-



правляющей. Под *восходящей ломаной* в области  $X$  будем понимать конечную последовательность точек  $M_1, M_2, \dots, M_p \in X$ , такую, что для любых двух соседних точек этой последовательности выполнено  $M_{i-1} \equiv^e M_i$  или  $M_{i-1} \leq^{par} M_i$  ( $i = 1, \dots, p$ ). Для того чтобы карта была направляющей, необходимо и достаточно выполнение следующего дополнительного условия: для любых двух точек  $A, B \in X$ , не лежащих на одной кривой безразличия, существует либо восходящая ломаная из точки  $A$  в точку  $B$ , либо восходящая ломаная из точки  $B$  в точку  $A$ .

**Пояснение.** Для карты безразличий, представленной на рисунке, последовательность точек  $M_1, M'_1, M'_2, M_2$  является восходящей ломаной, так как выполняется:  $M_1 \equiv^e M'_1$ ,  $M'_1 \leq^{par} M'_2$ ,  $M'_2 \equiv^e M_2$ .

Аналогичное дополнительное условие обеспечивает направленность карты в области

$X \subseteq R^n$  при  $n > 2$ ; в этом случае соотношение  $M_{i-1} \equiv^e M_i$  означает, что точки  $M_{i-1}, M_i$  лежат на одной поверхности (или гиперповерхности) безразличия.

#### Примечания

- <sup>1</sup> См.: Гальперин В. М., Игнатъев С. М., Моргунов В. И. Микроэкономика. СПб., 1998; Никайдо Х. Выпуклые структуры и математическая экономика. М., 1972.
- <sup>2</sup> Никайдо Х. Указ. соч. С. 318.
- <sup>3</sup> См.: Розен В. В. Математические модели принятия решений в экономике. М., 2002; Он же. Структура отношений предпочтения. Саратов, 2007.
- <sup>4</sup> См.: Гальперин В. М., Игнатъев С. М., Моргунов В. И. Указ. соч.; Никайдо Х. Указ. соч.
- <sup>5</sup> См.: Розен В. В. Указ. соч.
- <sup>6</sup> См.: Гальперин В. М., Игнатъев С. М., Моргунов В. И. Указ. соч. С. 113.

УДК 338.26.015.1.

## ОСОБЕННОСТИ ОТРАЖЕНИЯ ЗАТРАТ НЕЗАВЕРШЕННОГО ПРОИЗВОДСТВА НА БАЛАНСЕ ПРЕДПРИЯТИЯ

К. К. Кумехов

Саратовский государственный университет  
E-mail: komeh@yandex.ru

В статье рассмотрен существующий порядок отражения незавершенного производства на балансе предприятия, дана его оценка. Установлено, что нынешний порядок нуждается в совершенствовании.

**Ключевые слова:** затраты незавершенного производства, баланс предприятия, оборотные средства, промежуточный продукт.

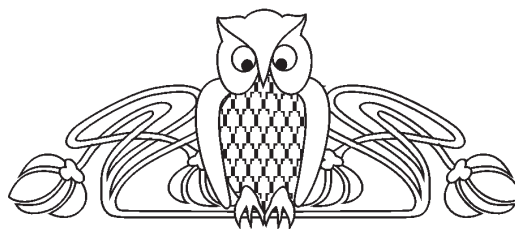
### Reflection of Unfinished Production Cost on the Balance Sheet

К. К. Kumehov

The article describes the existing order of the reflection of work in progress on the balance sheet. It is established, that the current system needs improvement.

**Key words:** costs of unfinished production, balance sheet, working capital, intermediate product.

В соответствии с п. 11 разд. 3 ПБУ 4/99 «Бухгалтерская отчетность организации» «показатели об отдельных активах, обязательствах, доходах, расходах и хозяйственных операциях могут приводиться в бухгалтерском балансе или отчете о прибылях и убытках общей суммой с раскрытием



в пояснениях к бухгалтерскому балансу и отчету о прибылях и убытках, если каждый из этих показателей в отдельности несущественен для оценки заинтересованными пользователями финансового положения организации или финансовых результатов ее деятельности»<sup>1</sup>.

Это положение обуславливает включение в состав оборотных активов по форме, утвержденной приказом ФНС РФ от 01.04.2009 г. № ММ-7-6/228@ для электронной отчетности «Затраты в незавершенном производстве»<sup>2</sup>. В соответствии с тем же приказом затраты по незавершенному производству рассчитываются как сумма остатков на начало периода по дебету по счетам 20 «Основное производство» + 21 «Полуфабрикаты собственного производства» + 23 «Вспомогательные производства» + 29 «Обслуживающие производства и хозяйства» + 46 «Выполненные этапы по незавершенным работам» + 44 «Расходы на продажу», кроме 44.1 «Транспортные расходы торговых организаций» и отражается по стр. 213 отдельно. На бумажном носителе (форма бухгалтерского баланса Ф. 1), утвержденном приказом Министерства финансов РФ от 22.07.2003 г.