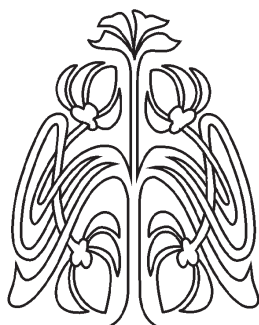
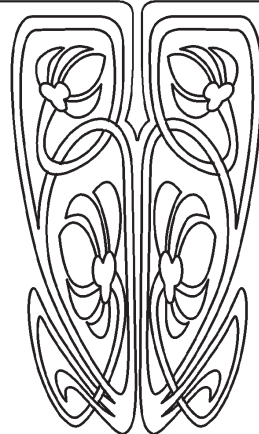




УПРАВЛЕНИЕ



НАУЧНЫЙ
ОТДЕЛ



УДК 330.43

ЭКОНОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ

О. С. Балаш

Саратовский государственный университет
E-mail: olgalash@mail.ru

В статье рассматриваются эконометрические модели, учитывающие пространственное и пространственно-временное распространение социально-экономических явлений и процессов.

Ключевые слова: пространственный лаг, пространственные зависимые ошибки, весовая матрица.

Econometric Modeling of Spatial Interaction

O. S. Balash

The article discusses the econometric models that include spatial and spatio-temporal distribution of socio-economic phenomena and processes.

Key words: spatial lag, spatially dependent errors, the weigh matrix.

При анализе социально-экономических явлений, расположенных на территории, возникает вопрос об их пространственном взаимодействии. Например, каким образом экономическое развитие одного региона влияет на все соседние, остальные, всю страну. При этом использование статистических пространственных данных – цифровых сведений об объектах, включающих информацию об их местоположении и свойствах, пространственных и непространственных атрибутах, – позволяет всесторонне проанализировать наличие и силу таких взаимодействий, делает актуальной разработку пространственных моделей эконометрического анализа.

При построении классической регрессионной модели рассматривают матрицу независимых переменных X ($n \times k$) и вектор зависимых переменных y_i ($i=1, \dots, n$). Такая регрессионная модель имеет вид

$$y_i = X_i \beta + \varepsilon_i,$$

но не учитывает территориальную распространенность объектов исследования.

Если наблюдение i представляет собой регион или точку в некой области, то можно говорить о том, что матрица независимых переменных имеет пространственную привязку. Она означает, что наблюдения в одном районе (регионе) зависят от данных другого района или региона. Например, цены однотипных близлежащих домов не сильно варьируют относительно друг друга. Но если продается дом по более высокой цене, то это скорее всего повлечет повышение продажной цены близлежащих домов в течение полугода.

Для того чтобы учесть пространственную зависимость наблюдаемых социально-экономических явлений и процессов, предложена



модель пространственной авторегрессии *spatial autoregressive model (SAR)* (K. Ord¹, P. Whittle²):

$$y_i = \rho \sum_{j=1}^n W_{ij} y_j + \varepsilon_i,$$

где y_i – вектор зависимой переменной в точке i ; ρ – параметр, подлежащий оценке; $\sum_{j=1}^n W_{ij} y_j$ – пространственный лаг, представляющий собой линейную комбинацию переменной y_j – соседних наблюдений точки i с W_{ij} – элементами весовой пространственной матрицы $W (n \times n)$; ε_i – случайные ошибки. Считают, что ошибки распределены нормально с нулевым математическим ожиданием и постоянной дисперсией.

Элементы весовой матрицы, или веса, строятся следующим образом: они равны единице, если точка j является одним из ближайших соседей точки i , и нулю в противном случае.

В матричном виде модель *SAR* можно представить как

$$y = \rho W y + \varepsilon, \quad (1)$$

где вектор ошибок $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2 E_n)$; E_n – единичная матрица размером $n \times n$.

Коэффициент ρ для пространственного авторегрессионного процесса – это обычный коэффициент корреляции между вектором y и пространственным лагом Wy . Если коэффициент ρ положительный (отрицательный) и значимо отличается от нуля, то существует положительная (отрицательная) автокорреляция. Если коэффициент незначим, то автокорреляция отсутствует.

Выделим свободный член в регрессии. Для этого введем вектор единиц l_n размером n . Тогда

$$y = \alpha l_n + \rho W y + \varepsilon. \quad (2)$$

Из (2) видно, что переменная y зависит от среднего значения α и пространственного влияния соседних наблюдений, определяемых параметром ρ .

После соответствующих преобразований модели (2) имеем

$$y = (E_n - \rho W)^{-1} l_n \alpha + (E_n - \rho W)^{-1} l_n \varepsilon, \quad \varepsilon \sim N(0, \sigma^2 E_n). \quad (3)$$

Модель (3) выражает взаимное пространственное влияние соседних наблюдений друг на друга. Упростив ее, получим

$$y = \frac{l_n \alpha}{1 - \rho} + \rho W \varepsilon + \rho^2 W^2 \varepsilon + \dots$$

Матрица весов W построена с учетом соседей первого порядка, то есть точек, непосредственно граничащих с выбранной точкой i . Матрица W^2 отражает соседство второго порядка, то есть это соседи соседей первого порядка и т. д. Поэтому матрица W^2 имеет положительные элементы на диагонали при условии наличия хотя бы одного

ближайшего соседа и включает наблюдение i само с собой. Пространственные лаги k -порядка содержат все взаимодействия со всеми k ближайшими соседями, а также местоположение i .

Учитывая, что $|\rho| < 1$, пространственное воздействие k -порядка измеряет степень пространственного влияния, оказывающее уменьшающее k -воздействие на точку i .

Интересно отметить, что в работах L. Katz³ и P. Bonacich⁴ вектор

$$b = \frac{l_n}{(1 - \rho)P}$$

интерпретируется как мера центральности индивидуума в социальной сети. Матрица P является бинарной матрицей, определяющей взаимоотношения сверстников и измеряющей количество прямых связей, которые имеет человек сети. Например, если P есть матрица друзей, то P^2 – матрица друзей друзей и т. д.

Для анализа степени влияния на соседей и исследования обратной связи при моделировании региональных связей относительно точки отсчета L. Anselin предложил смешанную пространственную авторегрессионную модель⁵:

$$Y = \rho W y + X \beta + \varepsilon, \\ Y = (E_n - \rho W)^{-1} X \beta + (E_n - \rho W)^{-1} \varepsilon \quad (4) \\ \varepsilon \sim N(0, \sigma^2 E_n).$$

В модели (4) β соответствует оцениваемому вектору параметров классической регрессии. Если пространственной зависимости не существует, то параметр ρ равен нулю – и смешанная модель становится обычным регрессионным уравнением с перекрестными данными, ее оценивают методом наименьших квадратов.

При разработке экономической политики региона органы местного самоуправления часто основываются на данных, имеющих пространственно-временное распространение. Так, установление региональных налоговых ставок (транспортный налог, налог на имущество организаций) соотносится с аналогичными ставками в соседних регионах в предыдущие периоды времени.

Рассмотрим пространственно-временную схему авторегрессии. Это означает, что вектор переменной y_t зависит не только от момента времени t , но и от пространственного влияния соседних наблюдений.

Обозначим Wy_{t-1} – временной лаг среднего значения зависимой переменной, наблюдаемый в предыдущий период; X_t – характеристики региона в момент времени t . Например, с течением времени цены на квартиры зависят от аналогичных цен соседних домов, а независимые переменные



(количество комнат, площадь кухни, этажность и т.п.) практически не меняются.

Тогда модель пространственно-временной авторегрессии имеет вид

$$y_t = \rho W y_{t-1} + X\beta + \varepsilon_t. \quad (5)$$

При социально-экономическом анализе мы часто имеем дело со скрытыми (ненаблюдаемыми) переменными, тем не менее оказывающими влияние на исследуемое явление, например, социальная инфраструктура, криминогенность района, наличие транспортных путей и т.п. Влияние таких латентных переменных не всегда можно обнаружить прямыми методами.

Одной из моделей, позволяющей учитывать скрытые переменные, является модель пространственной авторегрессии:

$$z = \rho W z + r \quad (6)$$

$$y = (E_n - \rho W)^{-1} r, \quad (7)$$

где ρ – параметр, подлежащий оценке; r – вектор случайных ошибок, имеющих нормальное распределение с нулевым математическим ожиданием и матрицей ковариации $\sigma^2 E_n$.

Матрица весов W имеет размерность $n \times n$, причем $w_{ij} > 0$, если наблюдение i граничит с наблюдением j , $w_{ij} = 0$ – если нет. Также предполагаем, для матрицы W сумма по каждой строке равна единице и матрица существует. Каждый элемент матрицы Wz есть линейная комбинация элементов, граничащих с вектором z .

L. Anselin предложил пространственную модель Дарбина (*spatial Durbin model SDM*)⁶, включающую пространственный лаг зависимой переменной Wy , вектор объясняющей переменной x и пространственный лаг Wx :

$$(E_n - \rho W)y = (E_n - \rho W)x\beta + x\gamma + v, \quad (8)$$

или $y = \rho W y + x(\beta + \gamma) + Wx(-\rho\beta) + v.$

Для анализа влияния как положительных, так и отрицательных внешних эффектов, связанных с характеристикой местности, используют модели пространственного лага *SLX (spatial lag)*. Например, на стоимость цены на дом оказывает влияние расположение вблизи от него свалок мусора (отрицательный эффект) или посадки цветов и деревьев в соседних домах (положительный).

Модель в этом случае рассматривают в виде

$$Y = \alpha_n + X\beta_1 + WX\beta_2 + \varepsilon. \quad (9)$$

Продолжая наш пример, можно сказать, что уравнение (9) содержит в качестве объясняющих переменных пространственные лаги (WX) характеристик соседних домов.

Еще один вид пространственного подхода к моделированию – это модель пространствен-

ной автокорреляции *SAC (spatial autocorrelation model)*:

$$y = \alpha_n + \rho W_1 y + X\beta + u, \quad (10)$$

$$u = \theta W_2 u + \varepsilon,$$

$$\varepsilon \sim N(0, \sigma^2 E_n),$$

$$y = (E_n - \rho W_1)^{-1} (X\beta + \alpha_n) + (E_n - \rho W_1)^{-1} (E_n - \rho W_2)^{-1} \varepsilon. \quad (11)$$

Заметим, что в (11) матрицы весов W_1 и W_2 могут быть равны между собой.

SAC-модель рассматривает пространственную зависимость с двумя независимыми переменными и случайной ошибкой.

Для моделирования процесса в пространственных регрессионных моделях вместо авторегрессии можно использовать скользящую среднюю. Например, вид

$$u = (E_n - \theta W)\varepsilon$$

может быть использован для моделирования случайной ошибки. Такая модель обнаруживает локальные эффекты, связанные с соседними наблюдениями, в отличие от модели с глобальным эффектом (L. Anselin)⁷.

Локальная модель скользящего среднего может быть скомбинирована с глобальной пространственной моделью авторегрессии. Предложена такая модель в 1998 г. L. Anselin и Bera и называется *spatial autoregressive moving average model (SARMA)*⁸:

$$y = \alpha_n + \rho W_1 y + X\beta + u, \quad (12)$$

$$u = (E_n - \theta W_2)\varepsilon,$$

$$\varepsilon \sim N(0, \sigma^2 E_n),$$

$$y = (E_n - \rho W_1)^{-1} (X\beta + \alpha_n) + (E_n - \rho W_1)^{-1} (E_n - \theta W_2)^{-1} \varepsilon.$$

Различие между моделями *SAC* и *SARMA* заключается в расчете случайной ошибки. Тогда как *SAC* использует:

$$(E_n - \rho W_1)^{-1} (E_n - \rho W_2)^{-1} \varepsilon,$$

SARMA:

$$(E_n - \rho W_1)^{-1} (E_n - \theta W_2)\varepsilon.$$

То есть, учитывая вид обратной матрицы, в модели *SAC* используются веса более высокого порядка, чем в *SARMA*. Тем не менее математические ожидания зависимой переменной этих моделей равны между собой:

$$M(y) = (E_n - \rho W_1)^{-1} (X\beta + \alpha_n).$$

Таким образом, модели *SAC* и *SARMA* рассматривают более сложный вид случайных ошибок, в то время как модель *SDM* лучше анализирует влияние внешних эффектов.

Существуют другие виды пространственных моделей, использующие экспоненциальное



сглаживание, дробные разности и другие спецификации *ARIMA*-моделей.

Пространственные регрессионные модели обнаруживают сложную структуру зависимости между странами, регионами, районами. Оценки параметров модели содержат ценную информацию о взаимоотношениях между наблюдениями, регионами и их взаимозависимости. Экономические или социальные события в одном регионе напрямую влияют на сам регион, но, возможно, косвенно – на соседей. Способность пространственных регрессионных моделей для анализа таких взаимодействий представляет собой важный аспект пространственного эконометрического исследования.

В моделях, содержащих пространственные лаги, сложно интерпретировать полученные оцен-

ки. Уравнения требуют специального толкования выданных параметров. В сущности, пространственные модели только расширяют имеющуюся информацию, включая влияние других регионов или стран. Для этого более подробно рассмотрим модель *SDM* (8), записанную в следующем виде:

$$(E_n - \rho W)y = X\beta + WX\theta + l_n\alpha + \varepsilon,$$

$$y = \sum_{r=1}^k S_r(W)x_r + V(W)l_n\alpha + V(W)\varepsilon,$$

где

$$S_r(W) = V(W)(E_n\beta_r + W\theta_r),$$

$$V(W) = (E_n - \rho W)^{-1} = E_n + \rho W + \rho^2 W^2 + \dots$$

Для иллюстрации вклада $S_r(W)$ проанализируем представление пространственного процесса, предложенного С. Kim, Т. Phipps и L. Anselin⁹, в следующем виде:

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ \dots \\ y_n \end{pmatrix} = \sum_{r=1}^k \begin{pmatrix} S_r(W)_{11} & S_r(W)_{12} & \dots & S_r(W)_{1n} \\ S_r(W)_{21} & S_r(W)_{22} & \dots & S_r(W)_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ S_r(W)_{n1} & S_r(W)_{n2} & \dots & S_r(W)_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{1r} \\ x_{2r} \\ \dots \\ x_{nr} \end{pmatrix} + V(W)l_n\alpha + V(W)\varepsilon. \quad (13)$$

Представим i -строку (13) следующим образом:

$$y_i = \sum_{r=1}^k (S_r(W)_{i1}x_{1r} + S_r(W)_{i2}x_{2r} + \dots + S_r(W)_{in}x_{nr}) + V(W)_i l_n\alpha + V(W)_i + \varepsilon_i, \quad (14)$$

где $S_r(W)_{ij}$ – элемент матрицы $S_r(W)$.

Из (14) следует, что для независимых данных производная y_i в точке i по x_{ir} отлична от нуля:

$$\frac{\partial y_i}{\partial x_{jr}} = S_r(W)_{ij}. \quad (15)$$

Из выражения (15) можно сделать вывод, что вариация зависимой переменной одного региона может потенциально повлиять на зависимую переменную всех других регионов. Это рассматривает модель *SDM*, включающая матрицы W и WX , учитывающие пространственную зависимость соответственно зависимой и объясняющих переменных. Например, переменная y отражает доход на душу населения, а независимые – региональные характеристики (человеческий капитал, основные средства, структура экономики, плотность населения и т. д.). Региональная вариация в уровнях доходов моделируется зависимостью уровней доходов соседних регионов, улавливается пространственным лагом вектора W , а характеристики соседних регионов – матрицей WX .

Производная i -региона

$$\frac{\partial y_i}{\partial x_{ik}} = S_r(W)_{ii} \quad (16)$$

учитывает результат влияния зависимой переменной в точке i под влиянием независимых

переменных x_{ir} в этой же точке. Она показывает эффект обратной связи, когда точка i влияет на наблюдение j и наоборот, или тройное влияние, когда наблюдение i влияет на j , j на k и, наоборот, на i .

Рассмотрим представление производной в ряд через матрицы весов:

$$\frac{\partial y}{\partial x_r} = E_n\beta_r + W\rho\beta_r + (W^2\rho^2\beta_r + W^3\rho^3\beta_r + \dots).$$

Если учесть разложение обратной матрицы в ряд как влияние соседних регионов различного порядка и обратно на сам регион, отметим, что величина обратной связи зависит от положения региона в пространстве, степени взаимодействия между регионами, определяемой весовой матрицей W и параметром ρ , измеряющим силу пространственной зависимости, а также параметрами β и θ . Диагональный элемент матрицы $S_r(W)$ представляет собой прямое влияние, а недиагональные – косвенное.

Часто необходимо исследовать последствия, возникающие под влиянием экономических и социальных изменений в одном регионе на другой и наоборот. Такие изменения отражает столбец или строка матрицы $S_r(W)$. И так как влияние изменений объясняющей переменной отличается по всем регионам, К. Раше и J. LeSage предло-



жили сводный показатель учета региональных влияний¹⁰. Он основан на суммировании общего влияния элементов строки или столбца матрицы $S_r(W)$, а затем усреднении по всем регионам. Средний показатель по строке матрицы $S_r(W)$ называют средним общим влиянием на местоположение, среднюю сумму по столбцу – средним общим влиянием от местоположения. Средняя диагональных элементов $S_r(W)$ дает среднее прямое влияние местоположения.

Таким образом, мы определили следующие показатели:

1. Средняя прямого воздействия местоположения. Влияние изменений в i -местоположении r -переменной на y_i вычисляется как

$$\bar{M}(r)_{direct} = S_r(W)_{ii} = \frac{1}{n} tr(S_r(W)).$$

Отметим, что среднюю прямого воздействия можно интерпретировать как коэффициент регрессии – среднее влияние независимой переменной на зависимую.

2. Среднее общее влияние на местоположение. Сумма по r -й строке матрицы $S_r(W)$ представляет собой общее воздействие на отдельные местоположения y_i результатов изменения r -объясняющей переменной всеми n наблюдениями. Это получается суммированием вектора-столбца:

$$c_r = S_r(W)l_n,$$

то есть в среднем общее влияние находится как

$$\bar{M}(r)_{total} = \frac{1}{n} l_n^T c_r = \frac{1}{n} l_n^T S_r(W)l_n.$$

3. Среднее общее влияние от местоположения. Сумма j -столбца $S_r(W)$ дает общее влияние над всеми y_i , взятыми для r -зависимой переменной в j -местоположении:

$$r_r = l_n^T S_r(W),$$

или

$$\frac{1}{n} r_r l_n.$$

Таким образом,

$$\bar{M}(r)_{indirect} = \bar{M}(r)_{total} - \bar{M}(r)_{direct}. \quad (17)$$

Легко видеть, что численные значения обобщенных показателей для двух форм среднего общего влияния равны, так как

$$l_n^T c_r = l_n^T S_r(W)l_n$$

и

$$r_r l_n = l_n^T S_r(W)l_n.$$

Тем не менее эти две меры можно интерпретировать по-разному, несмотря на численное равенство.

Можно заметить, что среднее прямое влияние есть среднее всех производных. Среднее общее влияние (средняя всех производных) меньше среднего собственных производных (среднего прямого

влияния), равного средней перекрестных производных (среднего косвенного влияния).

Альтернативой *SEM*-модели является *SDEM* (*spatial Durbin error model*), которая включает пространственный лаг объясняющей переменной WX :

$$y = X\beta + WX\gamma + \alpha l_n + u, \quad (18)$$

$$u = R^{-1}\varepsilon,$$

$$y = X\beta + WX\gamma + \alpha l_n + R^{-1}\varepsilon, \quad (19)$$

$$R = E_n - \rho W,$$

$$E(y) = \Sigma S_r(W)x_r + l_n \alpha, \quad r=1, \dots, k, \quad (20)$$

$$S_r(W) = (E_n \beta + W\gamma_r).$$

SDEM-модель отдельно не учитывает эффект лагированной зависимой переменной, но содержит пространственные лаги объясняющих переменных, а также их пространственные ошибки.

По отношению к более общей модели *SDM* упрощает интерпретацию воздействия, так как прямое влияние представлено параметром β , а косвенное соответствует γ . Это позволяет использовать стандартное отклонение или t -статистику для этих параметров регрессии.

Вид (20) использует те же пространственные весовые матрицы для ошибок и пространственно лагированных объясняющих переменных, но это не влияет на простоту интерпретации прямых и косвенных воздействий соответствующих параметров модели. Отметим, что модель *SDEM* может привести к недооценке глобального косвенного воздействия.

Таким образом, использование приведенных эконометрических моделей, учитывающих территориально распространенные социально-экономические процессы и обнаруживающих экономическое и социальное влияние соседних регионов, важно для прогнозирования и управления при стратегическом планировании регионов и городов.

Примечания

- 1 См.: Ord K. Estimation Methods for Models of Spatial Interaction // J. of the American Statistical Association. 1975. Vol. 70, № 349. P. 120–26.
- 2 См.: Whittle P. On Stationary Processes on the Plane // Biometrika / 1954. Vol. 2, № 3/4. P. 434–449.
- 3 См.: Katz L. A New Status Index Derived from Sociometric Analysis // Psychometrika. 1953. № 18. P. 39–43.
- 4 См.: Bonacich P. Power and Centrality : A Family of Measures // American J. of Sociology. 1987. № 92. P. 1170–1182.
- 5 См.: Anselin L. Spatial Econometrics : Methods and Models // Kluwer Academic Publishers. Dordrecht. The Netherlands, 1988.
- 6 Ibid.



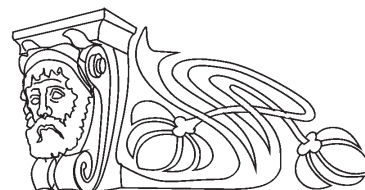
- ⁷ См.: *Anselin L.* Under the hood : Issues in the specification and interpretation of spatial regression models // *Agricultural Economics*. 2002. № 27:3. P. 247–267.
- ⁸ См.: *Anselin L.* Spatial Econometrics : Methods and Models.
- ⁹ См.: *Kim C. W., Phipps T. T., Anselin L.* Measuring the Benefits of Air Quality Improvement : A Spatial Hedonic Approach // *Journal of Environmental Economics and Management*. 2003. Vol. 45. Is. 1. P. 24–39.
- ¹⁰ См.: *LeSage J. P., Pace K. R.* A matrix exponential spatial specification // *Journal of Econometrics, Elsevier*. 2007. Vol. 140(1). P. 190–214.

УДК 330

ПРОБЛЕМЫ УЧАСТИЯ БАНКОВ В ПРОЕКТНОМ КРЕДИТОВАНИИ ИННОВАЦИЙ

С. В. Ермасов

Саратовский государственный университет
E-mail: ermasov@mail.ru



В статье рассмотрены особенности проектного кредитования инноваций на фоне кризиса финансирования инновационных проектов со стороны российских банков. При этом уточнено представление о проектном кредитовании. Выделены причины и факторы недостаточного развития проектного кредитования инноваций у российских банков. Отмечены отдельные элементы проектного кредитования инноваций в практике российских банков.

Ключевые слова: проектное кредитование, финансирование инновационных проектов, проектная компания.

Problems of Banks Participation in Project Lending of Innovation

S. V. Ermasov

The article highlights the project credits innovations as consequences or during recent financial crisis of innovative projects financing in Russia.

At the same time this study presents the factors that impact on the project crediting. The author defines the reasons of underdevelopment innovation project credits by Russian banks. He highlights some important elements of the project credits in the Russian banks practice.

Key words: project financing, financing of innovative projects, project company.

Сегодня Россия переживает кризис финансирования инновационных проектов, когда недостаточное финансирование со стороны государства и инвестиционных фондов не компенсируется ростом кредитного финансирования инновационных проектов со стороны банков (таблица). Банки ведут себя как консервативные инвесторы, которые не принимают высоких рисков инноваций. При этом в банковской сфере концентрируется значительный частный капитал, так необходимый для инновационного развития российской экономики.

Структура российских источников капитала фондов прямого и венчурного инвестирования (%)¹

Источники капитала	2003–2004 гг.	2005 г.	2006 г.	2007 г.	2008 г.	2009 г.
Государство	6	45	16	15	18	32
Банки	10	1	0	0	10	0
Промышленные предприятия	13	13	28	0	0	0
Институциональные инвесторы	71	34	39	49	67	27
Частные лица	0	7	17	36	5	41

Без преодоления этого кризиса финансирование модернизации производства может замедлиться, выпуск промышленной и сельскохозяйственной конкурентоспособной продукции станет незначительным, предпринимательская активность в сфере инноваций будет находиться в стагнации, не произойдет существенного роста доходов населения за счет малых инновационных предприятий, рост техногенных катастроф продолжится. Поэтому так важно развитие про-

ектного кредитования инноваций в российской экономике.

Недавно глава Счетной палаты Сергей Степашин направил письмо премьер-министру Дмитрию Медведеву об итогах проведения экспертно-аналитического мероприятия «Мониторинг деятельности кредитных организаций в сфере модернизации экономики и обеспечения реализации ключевых функций национальной инновационной системы», в котором отметил, что